

*Andrzej Krowiak**

MODEL MATEMATYCZNY WYLICZANIA MASY WĘGLA I SKAŁY PŁONNEJ UZYSKIWANYCH Z WYROBISK EKSPLOATACYJNYCH PRZY RÓŻNYCH POSTĘPACH ŚCIAN

Streszczenie

W artykule przedstawiono model matematyczny służący do zautomatyzowania obliczeń bilansu masy węgla oraz skały płonnej dla każdego z dni roboczych składających się na projekt udostępnienia i wydobycia zasobów. Danymi wejściowymi do tego modelu są: wymiary geometryczne poszczególnych wyrobisk eksploatacyjnych, czas od rozpoczęcia projektu do rozpoczęcia eksploatacji pierwszego wyrobiska, czas przebrojeń, udział węgla surowego w masie urobku, przeliczniki objętości węgla oraz skały płonnej na ich masę. Zmiennymi sterującymi są postępy dzienne ścian w poszczególnych wyrobiskach. Na wyjściu modelu otrzymuje się masę węgla surowego oraz skały płonnej dla kolejnych dni roboczych projektu. Funkcje modelu same wyliczają czas potrzebny na wyeksploatowanie danego pola oraz budują harmonogram projektu – w zależności od wariantów wartości zmiennych sterujących.

Mathematical model for the calculation of the mass of coal and waste rock obtained from exploitation workings under different longwall advances

Abstract

The article presents a mathematical model designed for the automation of calculations of the coal and waste rock balance for each of the working days relating to the project of development and exploitation of resources. The input data to this model are: geometric dimensions of individual exploitation workings, time from the start of the project to the beginning of exploitation of the first working, time of rearrangements, shares of raw coal in the mined coal mass, factors of conversion of the volume of coal and waste rock on their mass. Steering variables are longwall daily advances in individual workings. On the outlet of the model one obtains the mass of raw coal and waste rock for successive working days of the project. The model functions calculate the time necessary for the exploitation of the given panel and build the time schedule of the project – according to the variants of the value of steering variables.

1. ISTOTA ZAGADNIENIA

W prognozach opłacalności ekonomicznej eksploatacji zasobów węgla kamiennego powinno być rozpatrywane zastosowanie różnych technik eksploatacji, różnych maszyn urabiających oraz różnych wariantów organizacji pracy (na przykład liczba zmian wydobywczych w ciągu doby). Ma to wpływ na postęp ścian, z którego wynikają różne ilości urobku uzyskiwanego w jednostce czasu. Zadaniem postawionym sobie przez autora artykułu było stworzenie modelu matematycznego, czyli zestawu funkcji pozwalających na wyliczenie uzysku węgla surowego oraz skały płonnej z kilku wyrobisk eksploatacyjnych wybieranych sekwencyjnie – w zależności od postępu poszczególnych ścian. Z ilości pozyskanego w danej jednostce czasu węgla su-

* Główny Instytut Górnictwa

rowego, z którego następnie uzyskuje się węgiel handlowy, można wyliczyć strumienie pieniężnych przychodów z jego sprzedaży. Łączna ilość urobku pozwala na wyliczenie kosztów jego transportu na powierzchnię (transport poziomy i pionowy w kopalni). Ilości skały pónnej w urobku pozwalają następnie na wyliczenie kosztów zagospodarowania odpadów. W niniejszym artykule autor nie zajmuje się rozważaniami na temat różnych technik eksploatacji, przyjmując do dalszych rozważań, że generują one różne ilości urobku uzyskiwanego w jednostce czasu. Za jednostkę czasu przyjmuje się jedną dobę roboczą. Cykl działań od udostępniania do eksploatacji pokładu w pierwszym polu ścianowym, eksploatacja wyznaczonej liczby pól oraz przebrojenie jest w tym artykule nazywane projektem.

2. FUNKCJA HEAVISIDE'A

Do budowy modelu jest przydatna funkcja Heaviside'a, która ma następującą postać

$$H(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x < 0 \\ 1 & \text{dla } x \geq 0 \end{cases}$$

W modelu została zapisana w postaci $\mathbf{1}(t)$, gdzie t jest zmienną czasu. Funkcja ta została wykorzystana do wyznaczenia odcinka czasu, w którym z danego wyrobiska eksploatacyjnego jest pozyskiwany urobek. Poniższy czynnik w wynikowym wzorze modelu został zastosowany w ogólnej postaci

$$[1(t_i) - 1(t_i + T_i)] \quad (1)$$

gdzie:

- t_i – moment rozpoczęcia eksploatacji pokładu w i -tym polu ścianowym, liczony od początku projektu,
- T_i – czas eksploatacji pokładu w i -tym polu ścianowym.

Funkcję Heaviside'a można praktycznie wyliczyć, stosując funkcję IF dostępną, między innymi, w programie narzędziowym EXCELL.

3. MODEL PROSTY

Przy budowie tego modelu przyjęto następujące założenia:

- eksploatacja pokładu w poszczególnych polach odbywa się sekwencyjnie, w kolejności przyjętej przez planistów kopalni,
- każde pole eksploatacyjne ma kształt sześcianu o wymiarach: l_i – wybieg ściany, s_i – szerokość wyrobiska (długość ściany), h_i – wysokość ściany, gdzie i identyfikuje dane pole ścianowe,
- T_0 – czas wykonywania prac udostępniających dla pierwszego pola ścianowego; prace udostępniające kolejne wyrobiska eksploatacyjne są prowadzone równocześnie z eksploatacją poprzednich tak, aby nie miało to wpływu na opóźnienia w zbrojeniu i eksploatacji następnych pól ścianowych,

- TPZ_i – czas potrzebny do likwidacji poprzedniego pola ścianowego i zbrojenia i -tego,
- Δl_i – dobowy postęp ściany w wyrobisku i ,
- T_i – czas eksploatacji danego pola (w dobach roboczych),
- u_i – udział objętościowy węgla surowego w urobku dla i -tego wyrobiska; w modelu prostym w przypadku urobku uzyskiwanego z danego pola ścianowego jest to wartość stała,
- rw_i – przelicznik objętości węgla surowego w urobku na jego masę w tonach dla i -tego wyrobiska,
- rs_i – przelicznik objętości skały płonnej w urobku na jej masę w tonach dla i -tego wyrobiska,
- V_i – objętość urobku uzyskanego z pola ścianowego i w ciągu jednej doby roboczej,
- mw_i – masa węgla surowego uzyskanego z pola ścianowego i w ciągu jednej doby roboczej oraz ms_i – masa skały płonnej uzyskanej z tego pola,
- Mw_i – suma masy węgla surowego pozyskanego z pola ścianowego i oraz Ms_i – suma masy skały płonnej pozyskanej z tego pola.

Do sporządzenia modelu było niezbędne ustalenie momentu rozpoczęcia i zakończenia eksploatacji danego pola ścianowego, licząc go od początku projektu. Za początek projektu uznano moment rozpoczęcia prac pozwalających na eksploatację pokładu w pierwszym polu ścianowym.

Czas trwania eksploatacji w polu ścianowym i wyliczono za pomocą wzoru

$$T_i = \frac{l_i}{\Delta l_i} \quad (2)$$

Czynnik jednostkowy ze wzoru (1) dla i -tego pola ścianowego ma postać

$$\left[1 \left(T_0 + \sum_{j=1}^i TPZ_j + \sum_{j=1}^{i-1} T_j \right) - 1 \left(T_0 + \sum_{j=1}^i TPZ_j + \sum_{j=1}^i T_j \right) \right] \quad (3)$$

Objętość urobku uzyskanego z i -tego pola ścianowego w ciągu jednej doby roboczej obliczono za pomocą wzoru

$$V_i = s_i h_i \Delta l_i \quad (4)$$

Wielkość masy węgla surowego pozyskanego z pola ścianowego i w ciągu jednej doby roboczej wynosi

$$mw_i = V_i u_i rw_i \quad (5)$$

Analogicznie, wielkość masy skały płonnej uzyskanej z pola ścianowego i w ciągu jednej doby roboczej wynosi

$$ms_i = V_i (1 - u_i) rs_i \quad (6)$$

Jeżeli strumienie masy węgla surowego oraz skały płońskiej usytuuje się na skali czasu, to wzór obliczeniowy, z uwzględnieniem zależności (3), (4), (5) i (6), dla każdej doby roboczej i -tego pola ścianowego, przedstawia się następująco:

$$mw_i = \left[1 \left(T_0 + \sum_{j=1}^i TPZ_j + \sum_{j=1}^{i-1} T_j \right) - 1 \left(T_0 + \sum_{j=1}^i TPZ_j + \sum_{j=1}^i T_j \right) \right] s_i h_i \Delta l_i u_i r w_i \quad (7)$$

$$ms_i = \left[1 \left(T_0 + \sum_{j=1}^i TPZ_j + \sum_{j=1}^{i-1} T_j \right) - 1 \left(T_0 + \sum_{j=1}^i TPZ_j + \sum_{j=1}^i T_j \right) \right] s_i h_i \Delta l_i (1 - u_i) r s_i \quad (8)$$

Sumę masy węgla surowego oraz skały płońskiej wydobytych z n -tego pola ścianowego, w całym okresie jego eksploatacji, oblicza się z poniższych wzorów, korzystając z zależności (7) i (8):

$$Mw_n = \sum_{j=1}^{T_n} mw_j \quad (9)$$

$$Ms_n = \sum_{j=1}^{T_n} ms_j \quad (10)$$

Funkcje wynikowe, pozwalające na wyliczenie masy węgla surowego oraz skały płońskiej wydobywanych z pól eksploatacyjnych, w dowolnej dobie roboczej całego cyklu projektu, dla wszystkich pól, oblicza się z zależności:

$$Fw(t_m) = [1(t_m - (T_0 + TPZ_1)) - 1(t_m - (T_0 + TPZ_1 + T_1))] s_1 h_1 \Delta l_1 u_1 r w_1 + \sum_{k=2}^s \left[1 \left(t_m - \left(T_0 + \sum_{j=1}^k TPZ_j + \sum_{j=1}^{k-1} T_j \right) \right) - 1 \left(t_m - \left(T_0 + \sum_{j=1}^k TPZ_j + \sum_{j=1}^k T_j \right) \right) \right] s_k h_k \Delta l_k u_k r w_k \quad (11)$$

$$Fs(t_m) = [1(t_m - (T_0 + TPZ_1)) - 1(t_m - (T_0 + TPZ_1 + T_1))] s_1 h_1 \Delta l_1 (1 - u_1) r w_1 + \sum_{k=2}^s \left[1 \left(t_m - \left(T_0 + \sum_{j=1}^k TPZ_j + \sum_{j=1}^{k-1} T_j \right) \right) - 1 \left(t_m - \left(T_0 + \sum_{j=1}^k TPZ_j + \sum_{j=1}^k T_j \right) \right) \right] s_k h_k \Delta l_k (1 - u_k) r s_k \quad (12)$$

gdzie:

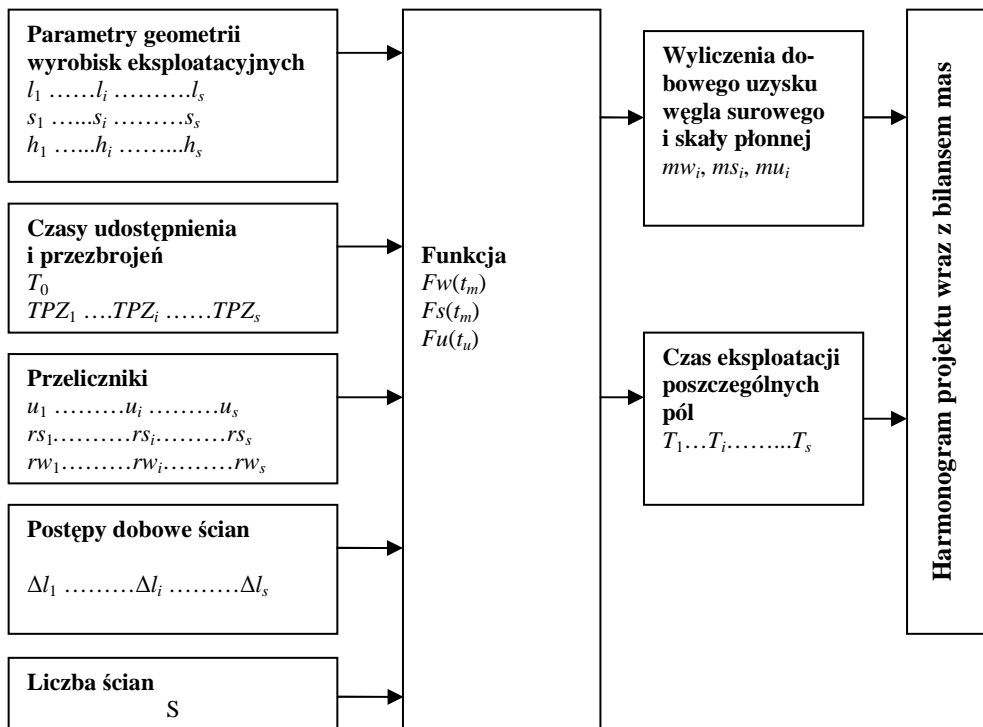
- $Fw(t_m)$ – funkcja wyznaczania masy węgla surowego urobionego w dobie roboczej t_m ,
- $Fs(t_m)$ – funkcja wyznaczania masy skały płońskiej urobionej w dobie roboczej t_m ,
- t_m – doba robocza wybrana z szeregu czasowego realizacji całego projektu, wyrażana w postaci kolejnych liczb naturalnych,
- s – liczba pól ścianowych w danym projekcie.

W celu wyliczenia masy urobku uzyskanego w dowolnej dobie roboczej projektu jest wykorzystywana zależność

$$Fu(t_m) = Fw(t_m) + Fs(t_m) \quad (13)$$

gdzie $Fu(t_m)$ jest masą urobku uzyskanego w dobie roboczej t_m w analizowanym projekcie.

Model ten można przedstawić poglądowo w postaci schematu (rys. 1).



Rys. 1. Schemat poglądowy modelu

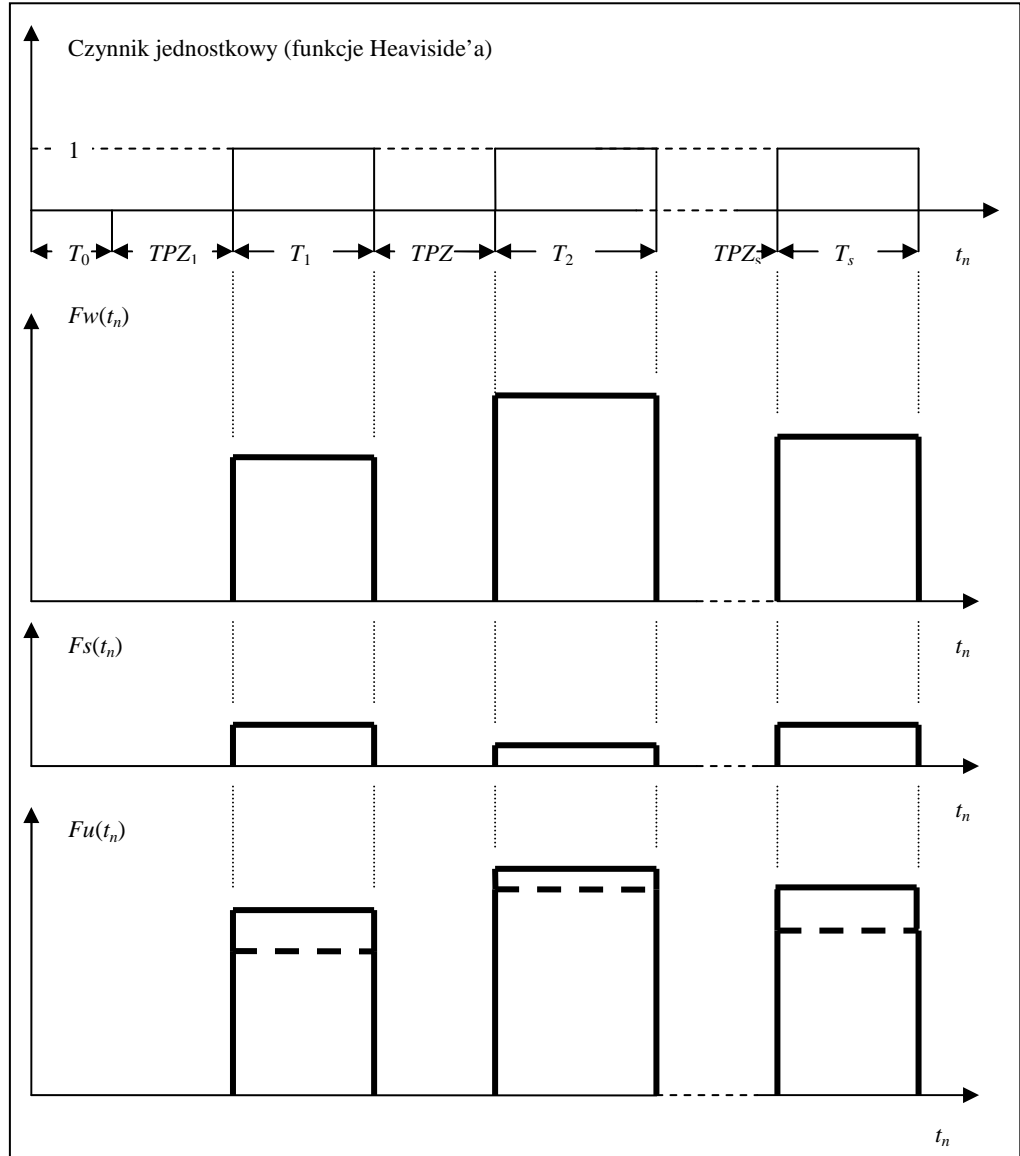
Fig. 1. Pictorial diagram of the model

Model ten jest modelem uniwersalnym. Może być wykorzystywany do dowolnej liczby wyrobisk eksploatacyjnych realizowanych w danym projekcie. Z zewnątrz mogą być zadawane następujące parametry:

- wymiary geometryczne poszczególnych pól eksploatacyjnych, dla każdego inne,
- czas potrzebny do wykonania prac udostępniających pozwalających na rozpoczęcie zbrojenia i eksploatację pierwszego pola,
- czas przebrojeń, indywidualny dla każdego z pól eksploatacyjnych,
- proporcje węgla surowego i zanieczyszczeń w postaci skały płonnej w urobku indywidualnie dla każdego z pól eksploatacyjnych,
- przeliczniki objętości węgla i skały płonnej na ich masę, indywidualnie dla każdego z pól eksploatacyjnych.

Należy zauważyć, że model ten, na podstawie danych wejściowych, sam oblicza harmonogram realizacji projektu oraz bilans mas. Obraz graficzny takiego harmonogramu, poglądowo, przedstawiono na rysunku 2.

Harmonogram w postaci tablicy zawierającej bilans mas tworzy się przez zadanie w odpowiednich wierszach i kolumnach wartości wyliczonych z funkcji $Fw(t_m)$, $Fs(t_m)$, $Fu(t_m)$, dla kolejnych dni roboczych projektu. Wartości zerowe $Fu(t_m)$ dla konkretnych dni harmonogramu wyznaczają dni przebrojenia ścian.



Rys. 2. Poglądowy obraz graficzny harmonogramu projektu i bilansu mas

Fig. 2. Pictorial graphical image of the time schedule of the project and mass balance

4. MODEL ROZBUDOWANY

Jeżeli przyjmie się, że przekrój poziomy wyrobiska ma kształt trapezu, w którym: a – podstawa trapezu, α oraz β – kąty nachylenia boków trapezu do podstawy, h – wysokość trapezu, zaś pozostałe założenia są identyczne jak w przypadku modelu prostego, to ogólny wzór na pole powierzchni ma postać

$$P = \frac{1}{2}(2a - h(\text{ctg}\alpha + \text{ctg}\beta)) \quad (14)$$

Dla wycinka trapezu odpowiadającego x -temu dniu eksploatacji danego pola i otrzymuje się zależność

$$P_x = \frac{1}{2}\Delta l_x [2a - (x^2 - 1)\Delta l_x (\text{ctg}\alpha_i + \text{ctg}\beta_i)] \quad (15)$$

Następnie wyznacza się zależność x od zmiennej t_n występującej w równaniach (11) i (12) dla funkcji $Fw(t_n)$ oraz $Fs(t_n)$, gdyż wartość x jest odliczana od początku okresu eksploatacji pola i , a wartość t_n od początku projektu. Dla i -tego pola ścianowego zależność ta jest następująca

$$x = t_n - \left(T_0 + \sum_{j=1}^i TPZ_j + \sum_{j=1}^{i-1} T_j \right) \quad (16)$$

Podstawiając tę zależność do wzorów (11) oraz (12) w miejsce członu $s_i\Delta l_i$ otrzymuje się:

$$\begin{aligned} Fw(t_m) = & [1(t_m - (T_0 + TPZ_1)) - 1(t_m - (T_0 + TPZ_1 + T_1))]h_1u_1rw_1 \\ & \frac{1}{2}\Delta l_1 [2s_1 - [(t_n - (T_0 + TPZ_1))^2 - 1]\Delta l_1 (\text{ctg}\alpha_1 + \text{ctg}\beta_1)] + \\ & + \sum_{k=2}^s 1 \left[\left(t_m - \left(T_0 + \sum_{j=1}^k TPZ_j + \sum_{j=1}^{k-1} T_j \right) \right) - 1 \left(t_m - \left(T_0 + \sum_{j=1}^k TPZ_j + \sum_{j=1}^k T_j \right) \right) \right] \quad (17) \\ & h_ku_krw_k \frac{1}{2}\Delta l_k \\ & \left[2s_k - \left[\left(t_n - \left(T_0 + \sum_{j=1}^k TPZ_j + \sum_{j=1}^{k-1} T_j \right) \right) \cdot 2 - 1 \right] \Delta l_k (\text{ctg}\alpha_k + \text{ctg}\beta_k) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_s(t_m) = & [1(t_m - (T_0 + TPZ_1)) - 1(t_m - (T_0 + TPZ_1 + T_1))] h_1 u_1 r s_1 \\
& \cdot \frac{1}{2} \Delta l_1 [2s_1 - [(t_n - (T_0 + TPZ_1)) \cdot 2 - 1] \Delta l_1 (\text{ctg } \alpha_1 + \text{ctg } \beta_1)] + \\
& + \sum_{k=2}^s 1 \left[\left(t_m - \left(T_0 + \sum_{j=1}^k TPZ_j + \sum_{j=1}^{k-1} T_j \right) \right) - 1 \left(t_m - \left(T_0 + \sum_{j=1}^k TPZ_j + \sum_{j=1}^k T_j \right) \right) \right] (18) \\
& h_k (1 - u_k) r s_k \cdot \frac{1}{2} \Delta l_k \\
& \left[2s_k - \left[\left(t_n - \left(T_0 + \sum_{j=1}^k TPZ_j + \sum_{j=1}^{k-1} T_j \right) \right) \cdot 2 - 1 \right] \Delta l_k (\text{ctg } \alpha_k + \text{ctg } \beta_k) \right]
\end{aligned}$$

Na tej samej zasadzie można dokonywać obliczeń dla pokładów mających kształt rzutu poziomego zbliżony do rzutu innych figur geometrycznych. Problem wtedy sprowadza się do wyznaczenia pola powierzchni postępu ściany w kolejnych dniach eksploatacji.

5. PODSUMOWANIE

Przedstawiony model matematyczny w praktyce może znaleźć zastosowanie w automatyzacji procesu tworzenia harmonogramu projektu udostępnienia zasobów oraz wyliczania bilansu mas węgla i odpadów w postaci skały płonnej. Ze względu na zautomatyzowanie obliczeń nadaje się do szybkiej analizy różnych wariantów planowanej eksploatacji – z wykorzystaniem różnych technik górniczych, maszyn i urządzeń o różnej wydajności oraz różnej organizacji pracy, mającej wpływ na postęp prac wydobywczych.

W opracowanym na podstawie tego modelu harmonogramie prac oraz bilansie mas zakłada się ciągłą sekwencję dni roboczych. Nie stanowi żadnej trudności przeniesienie takiego harmonogramu na układ kalendarzowy, uwzględniający dni wolne od pracy.

Wyliczane bilanse mas węgla i skały płonnej w czasie są bardzo przydatne jako wejście do budowy ekonomicznych analiz biznesplanów, bazujących na zdyskontowanych przepływach pieniężnych, gdyż czas odgrywa w nich podstawową rolę. Wydatek węgla surowego w poszczególnych dniach daje podstawę do prognozowania w czasie przychodów ze sprzedaży węgla handlowego uzyskanego z węgla surowego. Wydatek masy odpadów ma wpływ na rozkład w czasie kosztów eksploatacji, gdyż ich wydobywanie na powierzchnię oraz zagospodarowanie tworzy koszty.

Recenzent: prof. dr hab. inż. Władysław Konopko